Apellido paterno:	Apellido materno:	Nombre:

Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Pregunta 4	Total	Nota

1) **[20 ptos.] Simplificación de expresiones**

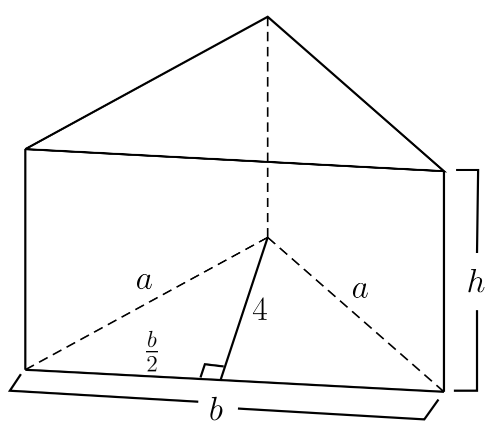
   a) **[10 ptos.]** Suponga que $1 < x < 2$. Simplifique al máximo la expresión en variable x:

$$|2x-4| + \sqrt[3]{(1-x)^3} \div \frac{|x-1|}{\sqrt{(x-2)^2}} + |-x|$$

   b) **[10 ptos.]** Sean $a, b \in \mathbb{R} - \{0\}$. Simplificar a una fracción simple (reducida), y usando sólo exponentes positivos, la expresión

$$\frac{10b - 10a^{16}}{\frac{8a^5b^{-3}}{3^{-1}(ab)^{-2}}} + \frac{a^{-7} + b^8}{\frac{12(ab^{-2})^{-3}}{5a^2b^{-1}a^4}}$$

2) **[15 ptos.]** Considere el prisma triangular dado en la figura. Suponga que la altura, h, del prisma debe ser el doble del perímetro del triángulo basal.



Se pide:

   a) **[10 ptos.]** Encontrar una expresión algebraica, en variable b, que represente el volumen del prisma.
   (**Volumen**=área del triángulo $\times$ altura).

   b) **[5 ptos.]** Determine el volumen del prisma cuando $b = 6$.

3) **[15 ptos.]** Sean

   - A el conjunto de $x \in \mathbb{R}$ tales que $-4 < x < 4$.
   - $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -8 \leq x \leq 1/8\}$.
   - $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0.000005 \times 10^5\}$

   Escribir, usando notación de intervalos, el conjunto $D = A \cap (B \cup C)$. Grafique D.

4) **[10 ptos.]** Sean $r(x)$ el resto y $s(x)$ el cociente que se obtienen al dividir $p(x) = \dfrac{x^4}{3} - \dfrac{9}{2}x^3 + 9x^2 + 2$ por $q(x) = 2x^2 - 3x + 6$. Calcular $r\left(\frac{1}{15}\right) \cdot s(6)$.

PAUTA

1) a) De la condición $1 < x < 2$ se tiene que

$$2x - 4 < 0, \quad x - 1 > 0, \quad x - 2 < 0 \text{ y } \quad -x < 0 \qquad (2+2+2+2 \text{ pts.})$$

Así, tenemos que

$$\begin{aligned} |2x-4| + \sqrt[3]{(1-x)^3} \div \frac{|x-1|}{\sqrt{(x-2)^2}} + |-x| &= 4 - 2x + (1-x)\frac{(2-x)}{(x-1)} + x \\ &= 4 - 2x + x - 2 + x \\ &= 2 \qquad (2 \text{ pts.}) \end{aligned}$$

b) Tenemos:

$$\begin{aligned} &\frac{10b - 10a^{16}}{\frac{8a^5b^{-3}}{3^{-1}(ab)^{-2}}} + \frac{a^{-7} + b^8}{\frac{12(ab^{-2})^{-3}}{5a^2b^{-1}a^4}} \\ &= \frac{10b - 10a^{16}}{24a^7b^{-1}} + \frac{5(a^{-7} + b^8)}{12a^{-9}b^7} \qquad (4 \text{ pts.}) \\ &= \frac{b(5b - 5a^{16})}{12a^7} + \frac{5a^9(a^{-7} + b^8)}{12b^7} \qquad (2 \text{ pts.}) \\ &= \frac{b^8(5b - 5a^{16}) + 5a^{16}(a^{-7} + b^8)}{12a^7b^7} \qquad (2 \text{ pts.}) \\ &= \frac{5a^9 + 5b^9}{12a^7b^7} \qquad (2 \text{ pts.}) \end{aligned}$$

2) a) La condición dada nos dice que $h = 2(b + 2a)$ (2 pts.) además por Pitágoras se tiene que $a = \dfrac{\sqrt{64 + b^2}}{2}$ (2 pts.). Luego

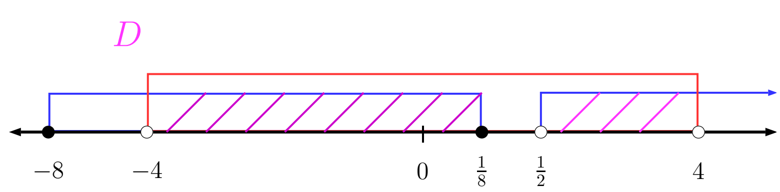
$$V(b) = \frac{4b}{2} \cdot 2(b + 2a) = 4b^2 + 4b\sqrt{64 + b^2} \qquad (3+3 \text{ pts.})$$

b) Si $b = 6$, el volumen es $V(6) = 4 \cdot 36 + 4 \cdot 6\sqrt{64 + 36} = 384$ (5 pts.).

3) Tenemos que $A =]-4, 4[$, $B = [-8, 1/8]$ y $C =]1/2, \infty[$ (2+2+2 pts.). Luego

$$D = A \cap (B \cup C) =]-4, 1/8] \cup]1/2, 4[\qquad (4 \text{ pts.})$$

La gráfica de D es:



(5 pts.)

4) Realizamos el algoritmo de la división:

$$\begin{array}{rcccl} \frac{1}{3}x^4 - \frac{9}{2}x^3 + 9x^2 + 2 & : & 2x^2 - 3x + 6 & = & \frac{1}{6}x^2 - 2x + 1 \\ -\left(\frac{1}{3}x^4 - \frac{1}{2}x^3 + x^2\right) & & & & \\ \hline -4x^3 + 8x^2 + 2 & & & & \\ -(-4x^3 + 6x^2 - 12x) & & & & \\ \hline 2x^2 + 12x + 2 & & & & \\ -(2x^2 - 3x + 6) & & & & \\ \hline 15x - 4 & & & & \end{array}$$

Luego $s(x) = \dfrac{1}{6}x^2 - 2x + 1$ y $r(x) = 15x - 4$ (4+4 pts.). Así, tenemos que

$$r\left(\frac{1}{15}\right) s(6) = 15 \qquad (2 \text{ pts.})$$